

平成**年度

佐賀大学大学院工学系研究科
電気電子工学専攻

修士論文

修士論文・学士論文のタイトル

学籍番号 名前

指導教員 相川 正義

専攻主任 相川 正義

(受付日時：平成**年2月**日**時)

はじめに

修士論文、学士論文を $\text{\LaTeX}$ を使って書きましょう。楽です! とりあえず、「マックスウェルが如何に偉かったか」を題材に修士論文・学士論文の $\text{\LaTeX}$ スタイルを作りました。お試しあれ!

簡単です。参考書 [1] を紹介しますので、それを読んでください。

目 次

第 1 章	Maxwell's Equation	1
1.1	abstract	1
1.2	我輩がマックスウェルである	2
第 2 章	マックスウェルの方程式	3
2.1	マックスウェルの方程式の導出	3
2.2	ベクトル波動方程式	4
第 3 章	電磁波の周波数と波長	6
3.1	電磁波の周波数と波長	6
第 4 章	偏波について	8
4.1	直線偏波	8
参考文献		10

第1章 Maxwell's Equation

1.1 abstract

1864年(元治元年、日本の江戸時代後期)、J.C.Maxwell (1831-1879) は後世 Maxwell 方程式と呼ばれる方程式を提唱した。それより20年ほど前に、アンペール (Ampere) やファラデー (Faraday) らによってアンペールの法則およびファラデーの電磁誘導の法則が既に発見されていた。アンペールの法則は導体に流した電流によって磁界が発生するしくみ、ファラデーの法則は変化する磁界によって導体に電流が発生するしくみを数学的に記述したものである。ところが、この二つの法則だけでは電気と磁気との間を正確に関係づけることができなかった。そこで、Maxwell は誘電体中 (空気も誘電体の一種) の電荷の動きを『変位電流』という考え方で説明し、これを用いて4つの Maxwell 方程式を導いた。

1.2 我輩がマックスウェルである

図 1.1(a)、(b) に graphicx を使った例を示す。



(a)



(b)

図 1.1: James Clerk Maxwell (1831-1879)

第2章 マックスウェルの方程式

2.1 マックスウェルの方程式の導出

マックスウェルの方程式は、

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.1b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.1c)$$

$$\nabla \cdot \mu \mathbf{B} = 0 \quad (2.1d)$$

と表される [2]。ただし媒質中で $\mathbf{E}$ は電界ベクトル、 $\mathbf{H}$ は磁界ベクトル、 $\mathbf{J}$ は電流密度、 $\mathbf{D}$ は電束密度、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 ρ は空間電荷、 ε は誘電率、 μ は透磁率である。マックスウェルの方程式は電磁界の解析や計算の基礎となる重要な式であり、電磁気学には大変重要な式である [3]。

Maxwell はこの式より、

- Maxwell 方程式より波動方程式が導かれる。すなわち電界と磁界は波動として伝わる。
- 波動方程式より、電界と磁界の伝搬速度は光速度と等しいこと (当時は『ほぼ』等しかった) より、光の物理学的な正体は電気磁気の波動と推定される。

という事柄を実験によるヒントもなしにすべて推論で行った。この方程式が無かったら、電気通信の発展も 100 年遅れたかも知れないとまで言われている。

2.2 ベクトル波動方程式

前説で述べたマックスウェルの電磁界基礎方程式 (2.1) は電界及び磁界に関する連立微分方程式である。これらをもとに電界のみの未知関数とする方程式及び磁界のみの未知関数とする方程式を導く。マックスウェルの方程式 (2.1a) において、強制電流源 J_0 を導入すると電流 J を

$$J = J_0 + \sigma E \quad (2.2)$$

と書くことができる。マックスウェルの方程式 (2.1a) に上式を代入すると

$$\nabla \times H - \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} - \sigma E = J_0 \quad (2.3)$$

が得られる。

電界と磁界を分けて、それぞれについて波動方程式を導出する。

式 (2.1b) の両辺について回転をとると

$$\nabla \times (\nabla \times E + \mu \frac{\partial H}{\partial t}) = 0 \quad (2.4)$$

すなわち

$$\nabla \times \nabla \times E + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times H) = 0 \quad (2.5)$$

である。 $\nabla \times H$ の代わりに式 (2.3) を用いると

$$\nabla \times \nabla \times E + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E + J_0) = 0 \quad (2.6)$$

となり、

$$\nabla \times \nabla \times E + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t} = -\mu \frac{\partial J_0}{\partial t} \quad (2.7)$$

が得られる。同様に、式 (2.1a) 回転をとると

$$\nabla \times \nabla \times H + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times E) - \sigma \nabla \times E = \nabla \times J_0 \quad (2.8)$$

であり、式 (2.1b) を代入すると、

$$\nabla \times \nabla \times H + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \times J_0 \quad (2.9)$$

が得られる。式 (2.7) は電界のみを未知関数とする微分方程式であり、式 (2.9) は磁界のみを未知関数とする微分方程式である。

ベクトル公式

$$\nabla \times \nabla \times A = \nabla \nabla \cdot A - \nabla \cdot \nabla A$$

の関係をを用いると式 (2.7) は

$$\nabla \nabla \cdot E - \nabla \cdot \nabla E + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t} = -\mu \frac{\partial J_0}{\partial t} \quad (2.10)$$

となる。領域は等方媒質であると仮定すると

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

であり、式 (2.10) は上式を用いて、

$$\nabla \cdot \nabla \mathbf{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho + \mu \frac{\partial \mathbf{J}_0}{\partial t} \quad (2.11)$$

となる。同様にして磁界 $\mathbf{H}$ に対し

$$\nabla \cdot \nabla \mathbf{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{J}_0 \quad (2.12)$$

が得られる。

式 (2.11)(2.12) の右辺は微分方程式の強制項であり、それは電界や磁界を発生させる源に対応する。右辺から生じる界と領域から生じる界の和が求める一般界である。

電界、磁界が時間的に $e^{j\omega t}$ で変わると仮定すると、直角座標系では $\nabla \cdot \nabla \mathbf{A} = \nabla^2 \mathbf{A}$ であるから、式 (2.11)(2.12) は

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} &= j\omega\mu \mathbf{J}_0 + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho \\ \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} &= -\nabla \times \mathbf{J}_0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

となり、ヘルムホルツの方程式と呼ばれる。ただし、 $k^2 = \omega^2 \mu\varepsilon - j\omega\mu\sigma$ である。波源の無い点であれば式 (2.13) の強制項は 0 であり、

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

と書かれる。

第3章 電磁波の周波数と波長

3.1 電磁波の周波数と波長

一般に電磁波は、以下の表のように自由空間中で伝搬したときの波長によって分類されている。これ以外で、明確な定義はないが、1GHz-30GHzの周波数の電磁波をマイクロ波と呼ぶ。マイクロ波は更に次のように6つのバンドに分類され呼ばれる。

また電波法(第二条)では、サブミリ波の上限である3THz(3000GHz)までを『電波』として扱っている。これ以上は分類上光の領域であり、

1. 3THz ~ 10THz (波長 0.1mm ~ 30 μ m) が遠赤外線、
2. 10THz ~ 100THz (30 μ m ~ 3 μ m) 付近が赤外線、
3. 100THz ~ 3900THz (3 μ m ~ 0.77 μ m) 付近が近赤外線、
4. 3900THz ~ 7890THz(0.77 μ m ~ 0.38 μ m) が可視光線、

それ以上の周波数では、紫外線、真空紫外線、X線、 γ 線の順に周波数が高くなって行く。

また2.4GHzを中心とする周波数帯は特にISM周波数と呼ばれ、医療用、電子レンジ、無線LANなどの利用に割り当てられている。

表 3.1: 電磁波の分類

周波数範囲	波長	呼称	主な用途
3kHz-30kHz	100km-10km	VLf(超長波)	オメガ, 海中通信
30kHz-300kHz	10km-1km	Lf(長波)	JJY(40kHz), ロラン C, デッカ, 船舶無線
300kHz-3MHz	1km-100m	Mf(中波)	中波放送
3MHz-30MHz	100m-10m	Hf(短波)	短波放送
30MHz-300MHz	10m-1m	VHF(超短波)	FM, TV 放送, コードレス電話
300MHz-3GHz	1m-10cm	UHF(極超短波)	TV 放送, 携帯電話
3GHz-30GHz	10cm-1cm	SHF(センチ波)	衛星放送, ETC, 次世代携帯電話
30GHz-300GHz	1cm-1mm	EHF(ミリ波)	ITS, ミリ波通信
300GHz-3THz	1mm-0.1mm	(サブミリ波)	

表 3.2: マイクロ波の分類

周波数範囲	バンド名
1GHz-2GHz	L
2GHz-4GHz	S
4GHz-8GHz	C
8GHz-12.4GHz	X
12.4GHz-18GHz	Ku
18GHz-26.5GHz	Ka

第4章 偏波について

4.1 直線偏波

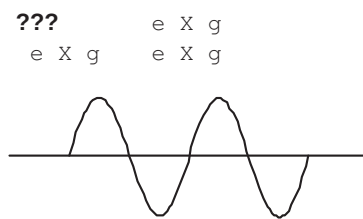


図 4.1: 偏波の様子

まとめ

本論文では、「マックスウェルが如何に偉かったか」を題材に修士論文・学士論文の L^AT_EX スタイルを作りました。如何でしたか。分からないことがあったら、自分で解決しましょう。

参考文献

- [1] 奥村 晴彦, LaTeX2e 美文書作成入門技術評論社, 平成 9 年
- [2] J.C.Maxwell, A treatise on electricity & magnetism, vol. I, II, Dover
- [3] John D.Kraus,